

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор института нано-, био-,  
информационных, когнитивных  
и социогуманитарных наук и  
технологий**

**П.А. Форш**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

|                            |   |
|----------------------------|---|
| <b>по дисциплине:</b>      | Аналитическая механика  |
| <b>по направлению:</b>     | Прикладные математика и физика  |
| <b>профиль подготовки:</b> | Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий<br>Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В.<br>Курчатова<br>кафедра физики и физического материаловедения |
| <b>курс:</b>               | 2   |
| <b>квалификация:</b>       | бакалавр  |

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составили:

М.В. Зверев, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор

А.Л. Барабанов, д-р физ.-мат. наук, доцент, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры физики и физического материаловедения 19.03.2020

## Аннотация

В курсе «Аналитическая механика» студенты знакомятся с теоретическим описанием классического движения тел. В отличие от курса общей физики «Механика» в курсе аналитической механики изложение строится на понятии лагранжиана, из которого уже получаются уравнения движения (уравнения Ньютона). Это позволяет единообразно и достаточно автоматически решать разнообразные задачи классической механики: движение материальной точки во внешнем поле, движение твердого тела как целого, описание колебательного движения. Также в курсе рассказывается об уравнении Гамильтона, скобках Пуассона и канонических преобразованиях. Уверенное владение этими понятиями необходимо для дальнейшего успешного освоения курса квантовой механики.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- освоение студентами основ аналитической механики.

#### Задачи дисциплины

- формирование базовых знаний в области аналитической механики как дисциплины, интегрирующей общефизическую и математическую подготовку студентов;
- овладение основными методами, позволяющими решать уравнения аналитической механики; решение задач, охватывающих основные приложения аналитической механики.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

| Код и наименование компетенции   | Индикаторы достижения компетенции   |
|--|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности   | ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения  |
|  | ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки   |
|  | ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов   |
| ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований, и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре | ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок   |
|  | ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников   |
|  | ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры |

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основы лагранжевой механики;
- теоретические основы динамики консервативных и диссипативных систем вблизи равновесия;
- теоретические основы динамики твердого тела;
- принцип наименьшего действия и основы гамильтоновой механики;
- метод канонических преобразований и аппарат скобок Пуассона;
- метод Гамильтона-Якоби и технику разделения переменных;
- метод переменных действие-угол.

уметь:

- формулировать уравнения Лагранжа в обобщенных координатах, находить интегралы движения и с их помощью решать уравнения движения;
- вычислять период финитного движения;
- вычислять сечение рассеяния в данном центральном поле;
- находить собственные частоты и нормальные колебания систем со многими степенями свободы;
- вычислять моменты инерции твердого тела;
- переходить от лагранжиана к гамильтониану и наоборот с помощью преобразования Лежандра;
- осуществлять канонические преобразования с помощью данной производящей функции;
- вычислять скобки Пуассона;
- разделять переменные в уравнении Гамильтона-Якоби и решать с помощью метода Гамильтона-Якоби канонические уравнения движения;
- переходить к переменным действие-угол;
- вычислять адиабатические инварианты.

владеть:

- основными методами аналитической механики – методами Лагранжа I и II рода;
- методами интегрирования уравнений движения, принципом наименьшего действия;
- методом канонических уравнений Гамильтона, аппаратом скобок Пуассона, методом Гамильтона-Якоби решения канонических уравнений.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

| №                     | Тема (раздел) дисциплины      | Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час. |          |                 |                |
|-----------------------|-------------------------------|---|----------|-----------------|----------------|
|                       |                               | Лекции  | Семинары | Лаборат. работы | Самост. работа |
| 1                     | Канонические преобразования   | 15  | 15       |                 | 20             |
| 2                     | Основы гамильтоновой механики | 15  | 15       |                 | 25             |
| Итого часов           |                               | 30  | 30       |                 | 45             |
| Подготовка к экзамену |                               | 30 час.   |          |                 |                |
| Общая трудоёмкость    |                               | 135 час., 3 зач.ед.   |          |                 |                |

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

###### 1. Канонические преобразования

Определение канонического отображения. Канонические преобразования. Производящие функции канонического преобразования. Бесконечно малые канонические преобразования.

Критерии каноничности преобразования. Скобки Лагранжа. Скобки Пуассона. Свойства скобок Пуассона. Теорема Пуассона.

Уравнение Гамильтона-Якоби. Метод Гамильтона-Якоби решения канонических уравнений. Укороченное действие.

Разделение переменных в методе Гамильтона-Якоби. Разделение переменных в сферических, параболических и эллиптических координатах. Движение частицы в поле двух притягивающих центров.

Понижение порядка системы канонических уравнений с помощью интеграла энергии. Принцип Мопертюи-Лагранжа. Оптико-механическая аналогия.

Переменные действие-угол в одномерном случае. Адиабатический инвариант.

## 2. Основы гамильтоновой механики

Принцип наименьшего действия Гамильтона. Уравнения Лагранжа II рода как следствия вариационного принципа. Преобразования Лежандра.

Функция Гамильтона. Канонические уравнения Гамильтона. Циклические переменные. Функции Лагранжа и Гамильтона частицы в магнитном поле.

Действие как функция координат и времени. Фазовое пространство, фазовая скорость, фазовый поток. Теорема Лиувилля. Расширенное фазовое пространство. Лемма Стокса. Интегральные кривые уравнений Гамильтона как линии ротора формы  $pdq-Hdt$ . Интегральные инварианты Пуанкаре и Пуанкаре-Картана.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Классическая механика [Текст] = Classical Mechanics / Г. Голдстейн, Ч. Пул, Дж. Сафко; пер. с англ. Ю. В. Колесниченко; под ред. С. Г. Новокшенова. — [Учебное изд.] — М.; Ижевск : Ижевский ин-т компьютерных исследований, 2012. — 828 с.
2. Лекции по аналитической механике [Текст] : учеб. пособие для вузов / Ф. Р. Гантмахер ; под ред. Е. С. Пятницкого. — Изд. 3-е, стереотип. — М. : Физматлит, 2001, 2002, 2005. — 264 с.
3. Теоретическая физика [Текст] : в 10 т. Т. 1 : Механика : учеб. пособие для вузов / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц ; под ред. Л. П. Питаевского. — 6-е изд., стереотип. — М. : Физматлит, 2013. — 224 с.
4. Математические методы классической механики [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / В. И. Арнольд. — 5-е изд., стереотип. — М. : Эдиториал УРСС, 2003. — 416 с.

### Фонд литературы кафедры

### Дополнительная литература

1. Классическая механика [Текст] : учеб. пособие для вузов / М. А. Айзерман. — 3-е изд. — М : Физматлит, 2005. — 380 с.
2. Теоретическая физика [Текст] : в 10 т. Т. 2 : Теория поля : учеб. пособие для вузов / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц ; под ред. Л. П. Питаевского. — 8-е изд., стереотип. — М. : Физматлит, 2001, 2003, 2006, 2012, 2014. — 536 с.

### Фонд литературы кафедры

3. Г.Л.Коткин, В.Г.Сербо, Сборник задач по классической механике, М.: Наука, 1969

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Материалы по аналитической механике:  
[http://window.edu.ru/library/resources?p\\_rubr=2.2.75.14.10](http://window.edu.ru/library/resources?p_rubr=2.2.75.14.10)
2. Энциклопедия по физике: [http://www.scholarpedia.org/article/Encyclopedia\\_of\\_physics](http://www.scholarpedia.org/article/Encyclopedia_of_physics)
3. Электронная библиотека Физтеха: <http://lib.mipt.ru>
4. Большая научная библиотека: <http://www.Sci-lib.com>
5. Библиотека Корнельского Университета, электронный ресурс arXiv: <http://arXiv.org>

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Программные средства MATLAB, Mathcad, WolframMathematica.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Для успешного освоения курса, помимо посещения лекций и семинаров, от студентов требуется самостоятельная работа. В основном, это время отводится на самостоятельное решение задач, входящих в два задания. Самостоятельные занятия включают в себя также повторение материала лекций, семинарских занятий и подготовку к промежуточным тестированиям, которые проводятся для текущего контроля за усвоением материала. Всего предполагается провести за семестр две контрольные работы и защитить каждое из двух самостоятельно выполненных заданий. Студенты, успешно прошедшие все формы промежуточного контроля, допускаются к сдаче экзамена по дисциплине.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

|                            |   |
|----------------------------|---|
| <b>по направлению:</b>     | Прикладные математика и физика  |
| <b>профиль подготовки:</b> | Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий<br>Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В.<br>Курчатова<br>кафедра физики и физического материаловедения |
| <b>курс:</b>               | <u>2</u>  |
| <b>квалификация:</b>       | бакалавр  |

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен

#### Разработчики:

М.В. Зверев, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор

А.Л. Барабанов, д-р физ.-мат. наук, доцент, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

| Код и наименование компетенции   | Индикаторы достижения компетенции   |
|--|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности   | ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения  |
|  | ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки   |
|  | ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов   |
| ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований, и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре | ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок   |
|  | ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников   |
|  | ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры |

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Аналитическая механика» обучающийся должен:

### знать:

- основы лагранжевой механики;
- теоретические основы динамики консервативных и диссипативных систем вблизи равновесия;
- теоретические основы динамики твердого тела;
- принцип наименьшего действия и основы гамильтоновой механики;
- метод канонических преобразований и аппарат скобок Пуассона;
- метод Гамильтона-Якоби и технику разделения переменных;
- метод переменных действие-угол.

### уметь:

- формулировать уравнения Лагранжа в обобщенных координатах, находить интегралы движения и с их помощью решать уравнения движения;
- вычислять период финитного движения;
- вычислять сечение рассеяния в данном центральном поле;
- находить собственные частоты и нормальные колебания систем со многими степенями свободы;
- вычислять моменты инерции твердого тела;
- переходить от лагранжиана к гамильтониану и наоборот с помощью преобразования Лежандра;
- осуществлять канонические преобразования с помощью данной производящей функции;
- вычислять скобки Пуассона;
- разделять переменные в уравнении Гамильтона-Якоби и решать с помощью метода Гамильтона-Якоби канонические уравнения движения;
- переходить к переменным действие-угол;
- вычислять адиабатические инварианты.

### владеть:

- основными методами аналитической механики – методами Лагранжа I и II рода;
- методами интегрирования уравнений движения, принципом наименьшего действия;
- методом канонических уравнений Гамильтона, аппаратом скобок Пуассона, методом Гамильтона-Якоби решения канонических уравнений.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

В целях текущего контроля успеваемости предусмотрен краткий опрос по темам предыдущих занятий по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

### 3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков

Промежуточная аттестация по дисциплине «Аналитическая механика» осуществляется в форме экзамена. Экзамен проводится в устной форме.

#### Задание № 1.

- 1.1. Две точки с одинаковой массой  $m$  соединены стержнем неизменной длины  $l$  с пренебрежимо малой массой. Система может двигаться только в вертикальной плоскости и только так, что скорость середины стержня направлена вдоль стержня. Найти траектории точек из уравнений Лагранжа первого рода.
- 1.2. Определить, по какому закону  $T(\varepsilon)$  обращается в бесконечность период движения частицы массы  $m$  в потенциальной яме  $U(x)$ , при приближении энергии  $E$  к  $U_{\max}$  ( $\varepsilon = 1 - E/U_{\max} \rightarrow +0$ ). Считать, что в окрестности точки  $x = a$ :  $U(x) = U_{\max} - \alpha(x - a)^n$ , где  $n$  — четное,  $n \geq 2$ .
- 1.3. Найти дифференциальное эффективное сечение рассеяния быстрых частиц ( $E \gg V$ ) в потенциале  $U(r) = V(1 - r^2/a)$ ,  $r < a$ ;  $0, r > a$ .
- 1.4. Определить энергию  $E$ , приобретённую осциллятором под действием силы  $F(t) = F \exp(-t^2/\tau^2)$  за всё время её действия, если при  $t = -\infty$  осциллятор покоился.

#### Задание № 2.

- 1.1. Вычислить скобки Пуассона

а)  $\{M_i, r_j\}$ ,  $\{M_i, p_j\}$ ,  $\{M_i, M_j\}$ ; б)  $\{ap, br\}$ ,  $\{aM, br\}$ ,  $\{aM, bM\}$ ; в)  $\{M, rp\}$ ,  $\{p, r^n\}$ ,  $\{p, (ar)^2\}$

- 1.2. Функция Гамильтона гармонического осциллятора имеет вид:  $H = p^2/2m + m\omega^2 q^2/2$ . Написать функцию Гамильтона и уравнения Гамильтона в новых канонически сопряженных переменных  $P$  и  $Q$ , взяв в качестве производящей функции следующие

выражения: а)  $F_1(Q, q) = \frac{1}{2} \frac{q^2}{Q}$ ; б)  $F_2(P, q) = -m\omega^2 q^2/2P$ ; в)  $F_4(P, q) = p^2/2m\omega \cos P$ .  
 $F_1(Q, q) = \frac{1}{2} \frac{q^2}{Q}$

- 1.3. Рассматриваются малые колебания ангармонического осциллятора, функция Гамильтона которого  $H = p^2/2m + m\omega^2 q^2/2 + \alpha q^3 + \beta q p^2$  и  $\alpha q \ll m\omega^2$ ,  $\beta q \ll 1/m$ . В каноническом преобразовании, задаваемом производящей функцией  $\Phi = qP + aq^2P + bP^3$ , подобрать параметры  $a$  и  $b$  так, чтобы новая функция Гамильтона с точностью до членов первого порядка по  $\alpha Q/(m\omega^2)$  и  $\beta mQ$  включительно не содержала ангармонических членов, и найти  $q(t)$ .

- 1.4. Найти производящую функцию канонического преобразования, состоящего в переходе от  $q(t), p(t)$  к  $Q(t) = q(t + \tau)$ ,  $P(t) = p(t + \tau)$ , где  $\tau = \text{const}$ , для а) свободного движения, б) движения в однородном поле, в) осциллятора.

- 1.5. Постоянные однородные электрическое  $E$  и магнитное  $H$  поля взаимно ортогональны. Выбирая электромагнитные потенциалы  $A$  и  $\phi$  данных скрещенных полей в виде  $A_x = A_z = 0$ ,



$A_y = Hx$  и  $\varphi = -Ex$  найти полный интеграл уравнения Гамильтона – Якоби для частицы с массой  $m$  и зарядом  $e$ .

1.6. Диполь с моментом  $d$  создает в пространстве электрическое поле с потенциалом  $\varphi = \mathbf{dr}/r^3$ . В электрическом поле рассеивается протон с массой  $m$  и зарядом  $e$ . До рассеяния протон двигался с прицельным расстоянием  $\rho$  и имел скорость  $\mathbf{v}$ , антипараллельную вектору  $\mathbf{d}$ . Выразить траекторию протона через квадратуры. В случае далёких пролетов протона с большой энергией  $E$  определить траекторию в аналитическом виде путем разложения в ряд по малому параметру  $ed/E\rho^2$ .

1.7. Найти траекторию движения (выразить через квадратуры) в поле двух кулоновских центров  $U(r) = \alpha(1/r_1 - 1/r_2)$ , находящихся друг от друга на расстоянии  $2c$ , если скорость частицы на бесконечности параллельна оси, проходящей через кулоновские центры.

1.8. Найти переменные действие – угол для частицы в поле  $U(x) = \infty$ ,  $x < 0$ ;  $Fx$ ,  $x > 0$ .

### Примерный перечень контрольных вопросов в билетах.

1. Связи и их классификация. Возможные и виртуальные перемещения. Идеальные связи. Голономные и неголономные системы. Общее уравнение динамики. Уравнения Лагранжа первого рода.
2. Независимые координаты. Обобщённые силы. Кинетическая энергия в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа второго рода. Лагранжиан.
3. Обобщенный потенциал. Структура обобщенного потенциала.
4. Потенциальная энергия. Сохранение полной энергии.
5. Законы сохранения энергии, импульса и момента количества движения как следствие однородности времени, пространства и изотропности пространства.
6. Одномерное движение и интегрирование уравнений движения. Движение в центральном поле. Механическое подобие.
7. Рассеяние частиц. Сечение рассеяния.
8. Равновесие. Устойчивость и неустойчивость. Линеаризация и малые колебания. Динамика консервативных и диссипативных систем вблизи равновесия.
9. Собственные частоты для систем со многими степенями свободы.
10. Вынужденные колебания и резонанс.
  11. Движение твёрдого тела: угловая скорость вращения, тензор инерции, момент импульса твёрдого тела.
12. Углы Эйлера. Свободное вращение симметричного волчка.
  13. Симметричный волчок с закрепленной нижней точкой в поле тяжести. "Спящий" волчок.
14. Принцип наименьшего действия Гамильтона. Уравнения Лагранжа второго рода как следствие вариационного принципа.
15. Преобразование Лежандра. Канонические уравнения Гамильтона. Циклические переменные.
16. Теорема Лиувилля.
17. Вариационный принцип в расширенном фазовом пространстве.
18. Лемма Стокса.
19. Интегральные кривые уравнения Гамильтона как линии ротора 1-формы. Интегральные инварианты Пуанкаре и Пуанкаре-Картана.
20. Определение канонического отображения. Канонические преобразования. Производящие функции канонического преобразования.
21. Критерии каноничности преобразования. Скобки Пуассона.
22. Действие как функция координат и времени. Метод Гамильтона-Якоби.

23. Функции Лагранжа и Гамильтона для частиц в магнитном поле.
24. Разделение переменных, движение частицы в поле двух притягивающих центров.
25. Принцип Мопертюи - Лагранжа.
26. Оптико-механическая аналогия.
27. Переменные действие-угол в одномерном случае.
28. Адиабатический инвариант.

### Примерный перечень задач в контрольных заданиях.

#### Задание № 1.

1. Найти период движения частицы с массой  $m$  и энергией  $E$  в поле с потенциальной энергией  $U(x) = -U_0/\cosh^2 ax$  ( $-U_0 < E < 0$ ).
2. Найти сечение рассеяния частиц, движущихся с энергией  $E$  в потенциальном поле  $U(r) = \alpha/r^2$  ( $\alpha > 0$ ).
3. Найти малые колебания двойного плоского маятника (шарики с массами  $m_1 = m_2 = m$  на невесомых стержнях с длинами  $l_1 = l_2 = l$ ).
4. Однородный прямоугольный параллелепипед, имеющий массу  $m$  и стороны  $2a$ ,  $2a$ ,  $4a$ , вращается вокруг своей диагонали с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Найти величину момента импульса параллелепипеда относительно его центра и угол между направлением момента и осью вращения.
5. Найти частоту малых колебаний полубревна (получилиндра с радиусом  $R$ , лежащего на шероховатой горизонтальной поверхности).

#### Задание № 2

1. Найти функцию Гамильтона плоского маятника с массой  $m$  и длиной нити  $l$ , точка подвеса которого (с массой  $m$  в ней) может совершать движение по горизонтальной прямой. Маятник находится в однородном поле тяжести. В качестве обобщенных координат принять координату  $x$  точки подвеса и угол  $\varphi$  между нитью маятника и вертикалью.
2. Вычислить скобки Пуассона  $\{H, I\}$ , где 
$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{\alpha}{r}, \quad I = \frac{[p \times M]}{m} + \frac{\alpha r}{r}.$$
3. Функция Гамильтона гармонического осциллятора имеет вид:  $H = p^2/2m + m\omega^2 q^2/2$ . Написать функцию Гамильтона и уравнения Гамильтона в новых канонически сопряженных переменных  $P$  и  $Q$ , взяв в качестве производящей функции выражение  $F_1(Q, q) = -\sqrt{2m\omega Q} q$ . Решить уравнения Гамильтона в переменных  $P$  и  $Q$  и определить  $p(t)$  и  $q(t)$ . Найти явный вид  $P(p, q)$ ,  $Q(p, q)$  и вычислением скобки Пуассона  $\{P, Q\}_{p, q}$  убедиться, что преобразование каноническое.
4. Найти производящую функцию  $F_1(X, Y, x, y)$  канонического преобразования, состоящего в переходе от переменных  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ ,  $p_x = p_x(t)$ ,  $p_y = p_y(t)$  к переменным  $X = x(t+\tau)$ ,  $Y = y(t+\tau)$ ,  $P_x = p_x(t+\tau)$ ,  $P_y = p_y(t+\tau)$ , где  $\tau = \text{const}$ , для материальной точки массы  $m$  в поле тяжести  $U(x, y) = mgy$ .
5. Составить уравнение Гамильтона-Якоби, определить его полный интеграл и найти закон движения  $q_1(t)$ ,  $q_2(t)$ ,  $q_3(t)$  системы с функцией Гамильтона

$$H = \frac{1}{2}(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) + \frac{1}{4}q_1^2 - \frac{1}{4}q_2^2 + \frac{1}{q_3^2}$$

и начальными условиями

$$q_1(0) = q_2(0) = q_3(0) = 1, \dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 1, \dot{q}_3(0) = 0.$$

### Примеры экзаменационных билетов:

#### Билет 1

1. Связи и их классификация. Возможные и виртуальные перемещения. Идеальные связи. Голономные и неголономные системы. Общее уравнение динамики. Уравнения Лагранжа первого рода.
2. Принцип наименьшего действия Гамильтона. Уравнения Лагранжа второго рода как следствие вариационного принципа.

#### Билет 2

1. Независимые координаты. Обобщённые силы. Кинетическая энергия в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа второго рода. Лагранжиан.
2. Преобразование Лежандра. Канонические уравнения Гамильтона. Циклические переменные.

#### Билет 3

1. Обобщенный потенциал. Структура обобщенного потенциала.
2. Теорема Лиувилля.

### 4. Критерии оценивания

| Оценка  | Баллы | Критерии  |
|---------|-------|---|
| отлично | 10    | Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений. |
|         | 9     | Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.  |
|         | 8     | Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.   |
| хорошо  | 7     | Выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные   |

|                     |   |  |
|---------------------|---|--|
|                     |   | знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.   |
|                     | 6 | Выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.  |
|                     | 5 | Выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.   |
| удовлетворительно   | 4 | Выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации. |
|                     | 3 | Выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.          |
| неудовлетворительно | 2 | Выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.   |
|                     | 1 | Выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.   |

**5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.**

При проведении экзамена обучающемуся предоставляется не менее 40 минут на подготовку. Опрос по билету и ответы на дополнительные вопросы не должен превышать двух астрономических часов. По завершении отведенного на опрос времени, экзаменатор должен выставить обучающемуся оценку в соответствии с вышеприведенными критериями.